

PRÉNOM :

# Parcours Économiques

## Solution

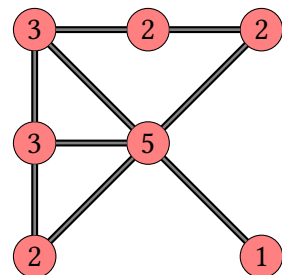
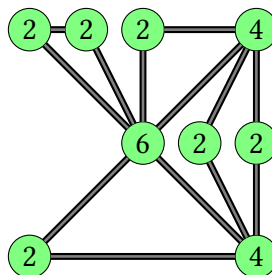
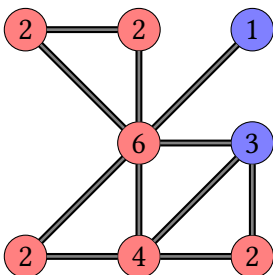
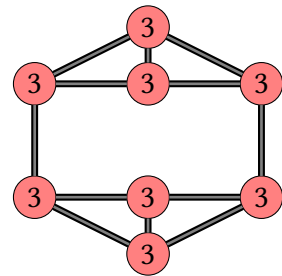
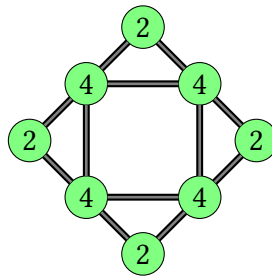
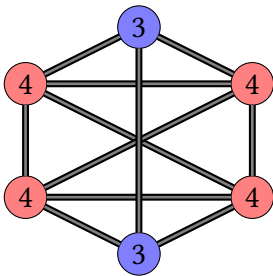
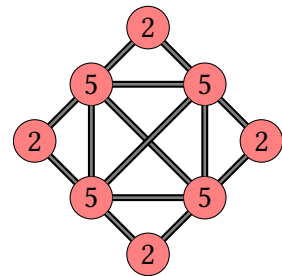
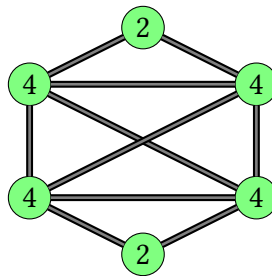
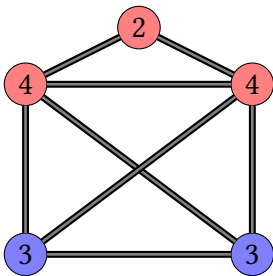
### Définitions.

- Un **chemin eulérien** est un chemin qui passe une seule fois par chacune des arêtes.
- Un **cycle eulérien** est un chemin eulérien dont les sommets de départ et d'arrivée sont identiques.

### Consignes.

#### 1. Colorie le sommet :

- en **vert** s'il peut être le départ d'un cycle eulérien.
- en **bleu** s'il peut être le départ d'un chemin eulérien (qui ne soit pas un cycle).
- en **rouge** s'il ne peut être le départ ni d'un cycle ni d'un chemin eulérien.



2. Dans chacun des sommets, **écris le nombre d'arêtes** qui partent de ce sommet.

3. Pour les graphes dont **un des sommets est vert**. Quelle est la couleur des autres sommets? Que constates-tu sur les nombres d'arêtes partant de ces sommets?

*Si un des sommets est vert, tous les sommets sont verts. Un sommet vert signifie qu'il existe un cycle eulérien. On peut alors faire démarrer le cycle de n'importe lequel des sommets (qui est alors bien vert).*

*On constate que tous les sommets ont un nombre pair d'arêtes. C'est naturel car si on entre dans le sommet, on doit pouvoir en ressortir pour aller visiter le sommet suivant. On pourra retenir que si tout est pair, alors tout est vert!*

4. Pour les graphes dont **un des sommets est bleu**. Quelle est la couleur des autres sommets? Que constates-tu sur les nombres d'arêtes partant de ces sommets?

*Si un des sommets est bleu, alors exactement un autre sommet est bleu. Ce sont le départ et l'arrivée du chemin eulérien. Les autres sommets sont rouges.*

*Les sommets bleus ont tous deux un nombre impair d'arêtes. En effet, il y a un départ de plus que le nombre de passages par le sommet. Les autres sommets doivent avoir un nombre pair d'arêtes car dès qu'on entre dans un tel sommet, on doit pouvoir en repartir pour aller au sommet suivant.*

5. Quels sont les autres types de graphes?

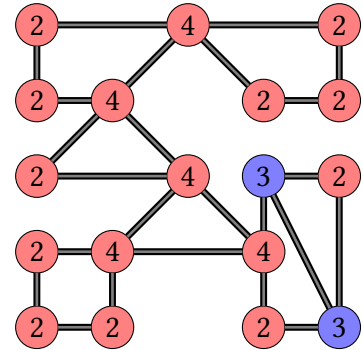
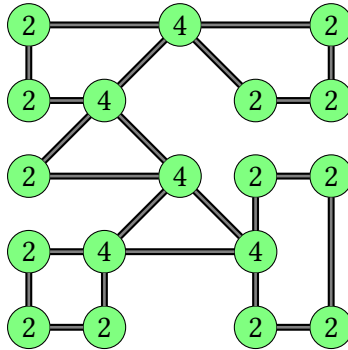
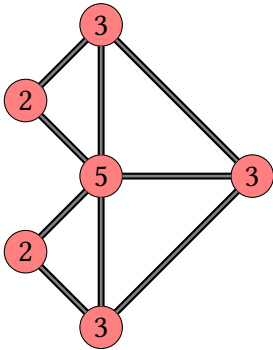
*Les graphes restants sont tous rouges. C'est le cas dès qu'il y a plus de deux sommets qui ont un nombre impair d'arêtes.*

6. **Sans tracer de chemin**, colorie les sommets avec la bonne couleur.

*Dans le premier graphe, il y a 4 sommets qui ont un nombre impair d'arêtes. Aucun parcours eulérien n'est donc possible. C'est le graphe correspondant aux ponts de Königsberg.*

*Dans le deuxième graphe, tous les sommets ont un nombre pair d'arêtes. On peut donc trouver un cycle eulérien (c'est facile à vérifier!)*

*Dans le troisième graphe, exactement deux sommets ont un nombre impair d'arêtes. On peut donc trouver un chemin eulérien qui débute en l'un de ces sommets et termine à l'autre (c'est facile à vérifier!)*



7. **Invente un graphe** et fais le tester à ton voisin!