Variables aléatoires à densité

Fonction de répartition F de X ?

- densité f de X connue
  $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t$
  → f est définie par morceaux : Chasles pour calculer l'intégrale selon les morceaux
- $X = g(Y)$
  F_Y connue
  $F(x) = \mathbf{P}\left(g(Y) \leqslant x\right)$
  → Inverser la relation : $[g(Y) \leqslant x] \rightsquigarrow [Y \leqslant \cdots]$
  F_Y définie par morceaux : distinguer les cas

$\mathbf{E}[X] = ?$, $\mathbf{V}(x) = ?$

- X loi usuelle
  → $X \hookrightarrow \mathscr{U}([a,b])$: $\mathbf{E}[X] = \frac{a+b}{2}$, $\mathbf{V}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$
  $X \hookrightarrow \mathscr{E}(\lambda)$: $\mathbf{E}[X] = \frac{1}{\lambda}$, $\mathbf{V}(X) = \frac{1}{\lambda^2}$
  $X \hookrightarrow \mathscr{N}(m, \sigma^2)$: $\mathbf{E}[X] = m$, $\mathbf{V}(X) = \sigma^2$
- X de densité f connue
  → $\mathbf{E}[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} t f(t)\,\mathrm{d}t$ (si converge)
  → $\mathbf{V}(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 f(t)\,\mathrm{d}t - \mathbf{E}[X]^2$ si $\int_{-\infty}^{+\infty} t^2 f(t)\,\mathrm{d}t$ converge
- $X = Y + Z$
  $\mathbf{E}[Y]$ et $\mathbf{E}[Z]$ connues
  → $\mathbf{E}[X] = \mathbf{E}[Y] + \mathbf{E}[Z]$
  → SI Y et Z sont indépendantes $\mathbf{V}(X) = \mathbf{V}(Y) + \mathbf{V}(Z)$