■ ■ ■

I. Calculs de limites

Exercice 1. Soit $x \in \mathbb{R}$. Déterminer les limites des suites de terme général suivants :

1. $\frac{\lfloor nx \rfloor}{n}$.

2. $\left(1+\frac{x}{n}\right)^n$.

3. $\left(1+\frac{x}{n}\right)^n$.

4. $\left(1+\frac{x}{n^2}\right)^n$.

5. $\left[e+\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right]^{\sqrt{n^2+2}-\sqrt{n^2+1}}$.

6. $\left(\ln\left(e+\frac{1}{n}\right)\right)^{1/n}$.

7. $\left[\cos\left(\frac{n\pi}{3n+1}\right)+\sin\left(\frac{n\pi}{6n+1}\right)\right]^n$.

8. $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}^{-1}$.

II. Calculs de développements limités

Exercice 2. (Développements limités en 0…)

1. $dl_6(0)$: $(1-\cosh(x))\sin(x)$.

2. $dl_3(0)$: $\frac{1}{1+e^x}$.

3. $dl_3(0)$: $\ln(3e^x+e^{-x})$.

4. $dl_3(0)$: $\sqrt{1+\sqrt{1+x}}$.

5. $dl_5(0)$: $\frac{1}{x^2}-\frac{1}{(\arcsin(x))^2}$.

6. $dl_7(0)$: $e^{\cos(x)}$.

Exercice 3. (… ailleurs qu'en 0)

1. $dl_3(2)$: $\sqrt{x}$.

2. $dl_3(2\pi)$: $\sin\sqrt{x^2-3\pi^2}$.

3. $dl_1(2)$: x^x.

4. $dl_4(+\infty)$: $\ln(x+\sqrt{1+x^2})-\ln(x)$.

Exercice 4. (Calculs de limites)

1. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{(1+x)^{\ln(x)/x}-x}{x(x^x-1)}$.

2. $\lim\limits_{x\to 1} (x^2+x-2)\tan\frac{\pi x}{2}$.

3. $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln^2(x)\left(\sin\frac{1}{\ln(x)}-\sin\frac{1}{\ln(x+1)}\right)$.

Exercice 5. (Étude d'asymptote) Déterminer, à l'infini, les asymptotes ainsi que la position de la courbe représentative par rapport aux asymptotes de $x \mapsto \sqrt{x^3}x-1$.

Exercice 6. Calculer la limite en $+\infty$ de la fonction $f : x \mapsto \left(\cosh(\sqrt{x+1})-\cosh(\sqrt{x})\right)^{1/\sqrt{x}}$.